

**Sinopsis**

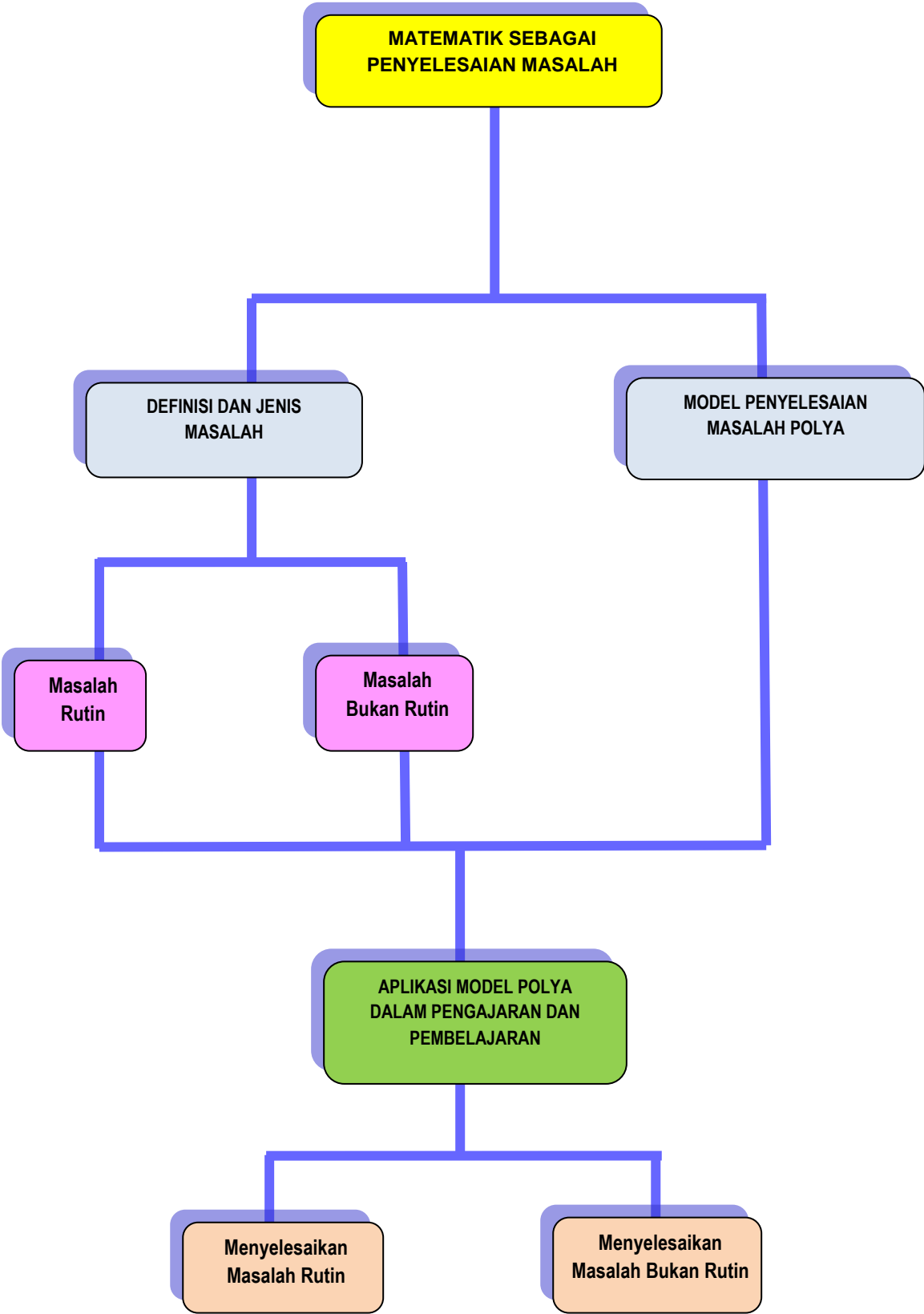
Penyelesaian masalah merupakan salah satu fokus utama dalam kurikulum matematik kini. Menguasai kemahiran dalam penyelesaian masalah adalah penting bagi seorang individu kerana ia merupakan proses dimana individu tersebut menggunakan pengetahuan, kemahiran dan pemahaman sedia ada untuk menyelesaikan masalah baru. Tajuk ini membincangkan aspek matematik sebagai penyelesaian masalah. Pada mulanya, definisi masalah diberikan dan jenis masalah rutin dan masalah bukan rutin dibandingbezakan. Tajuk ini juga mempekenalkan Model Penyelesaian Masalah Polya untuk matematik di mana langkah-langkah model dihuraikan. Akhirnya, tajuk ini juga membincangkan aplikasi model Polya dalam pengajaran dan pembelajaran matematik sekolah rendah, khasnya dalam menyelesaikan masalah rutin dan bukan rutin..

**Hasil Pembelajaran**

Setelah selesai membaca modul ini, diharap anda dapat:

1. Menjelaskan maksud masalah matematik
2. Membandingbezakan masalah matematik rutin dan bukan rutin.
3. Menghuraikan langkah-langkah model penyelesaian masalah Polya
4. Menjelaskan aplikasi model Polya dalam pengajaran dan pembelajaran matematik.

**KERANGKA KONSEP TAJUK**



### 3.1 Definisi dan Jenis Masalah

Salah satu matlamat pendidikan matematik adalah mengajar kanak-kanak untuk menyelesaikan masalah. Oleh itu, guru harus memastikan murid berjaya menyelesaikan masalah dengan menggunakan strategi-strategi tertentu. Program pendidikan matematik yang seimbang bukan sahaja harus terdiri daripada pembelajaran konsep matematik dan penguasaan kemahiran-kemahiran asas matematik. Ia juga harus melibatkan murid memperkembangkan kebolehan untuk berfikir secara matematikal. Penyelesaian masalah adalah sebuah proses bagaimana individu menggunakan pengetahuan sedia ada, kemahiran dan segala pemahaman untuk mengenal pasti suatu keadaan yang berbeza dan luar biasa dari keadaan lazimnya berlaku.

Perkataan "masalah" mempunyai makna tertentu dalam matematik. Masalah merujuk kepada kenyataan atau situasi kehidupan seharian yang memerlukan penyelesaian yang mana jalan penyelesaiannya tidak nyata atau tidak ketara. Anda mungkin perlu menggunakan pengetahuan sedia ada untuk mendapatkan jawapan.

Maka, masalah adalah satu situasi di mana seorang individu yang menghadapinya tidak mempunyai cara tertentu untuk menyelesaikannya. Oleh yang demikian, pengetahuan yang dimiliki oleh orang itu mestilah digabungkan dalam cara baru untuk menyelesaikan sesuatu masalah. Pengertian masalah lagi dengan membezakan pengertian istilah-istilah soalan, latihan dan masalah. Soalan merupakan suatu situasi yang boleh diselesaikan dengan mengingat semula dan menghafal. Latihan pula adalah suatu situasi yang melibatkan latih tubi yang mengukuhkan kemahiran menggunakan suatu algoritma yang telah diajar. Manakala masalah ialah suatu situasi yang memerlukan analisis dan sintesis pengetahuan yang telah dipelajari untuk menyelesaikannya.

Dengan kata lain, penyelesaian masalah adalah

- (a) mencari penyelesaian masalah yang tiada penyelesaian semerta , atau
- (b) mencari penyelesaian masalah yang sukar diselesaikan atau
- (c) mengatasi halangan dalam menyelesaikan masalah, atau
- (d) mencapai matlamat yang diinginkan dengan menggunakan kaedah yang sesuai.

Di sini, penyelesaian masalah merujuk kepada proses penyelesaian masalah.

Sesuatu masalah harus memenuhi tiga syarat iaitu penerimaan, sekatan dan penerokaan. Seseorang itu harus menerima masalah itu dan mempunyai motivasi

luaran atau dalaman yang tinggi serta keinginan untuk mengalami keseronokan dalam menyelesaikan masalah itu. Harus diingat, cubaan awal seseorang individu untuk menyelesaikan masalah biasanya tidak berhasil kerana adanya sekatan atau halangan. Penglibatan peribadi individu dalam mencari penyelesaian harus melibatkan cara baru dengan meneroka untuk mengatasi masalah tersebut.

Masalah merujuk kepada kenyataan atau situasi kehidupan seharian yang memerlukan penyelesaian yang mana jalan penyelesaiannya tidak nyata atau tidak ketara. Anda mungkin perlu menggunakan pengetahuan sedia ada untuk mendapatkan jawapan.

Syarat-syarat menentukan kewujudan masalah:

- Terdapat tujuan yang jelas untuk dicapai
- Terdapat halangan dalam proses mencapai tujuan itu.

Penyelesaian masalah pula ialah proses terancang yang memerlukan pengetahuan dan pengalaman untuk mencapai tujuan tersebut. Penyelesaian masalah mempunyai peranan penting di dalam bilik darjah. Ia boleh membantu pelajar mengembangkan kefahaman konsep matematik dan membolehkan pelajar untuk mengalami proses pengetahuan matematik yang telah dibina sebelum ini.

*“ Solving problems is a practical art, like swimming, or skiing or playing the piano: you can learn it only by imitation and practice...if you wish to learn swimming you have to go into the water, and if you wish to become a problem solver you have to solve the problems.”* (Polya, 1962, p.v)

Perkara yang penting dalam penyelesaian masalah ialah menilai soalan yang dikemukakan dan mencari jalan bagaimana menyelesaikan masalah tersebut. Guru digalakkan mencungkil jawapan daripada pelajar dengan menjalankan sesi sumbangsaran dan perbincangan dalam pembelajaran koperatif. Sesi soal jawab boleh membantu dalam mendapatkan jawapan yang diperlukan. Inkuiri, penyelidikan, penerokaan dan menjalankan eksperimen adalah teknik-teknik yang melibatkan pelajar dan ini memberikan mereka peluang untuk memberikan idea, pandangan dan cara penyelesaian masalah yang diteroka sendiri. Secara tidak langsung pelajar juga membina kemahiran menyusun, mengkategorikan, membandingkan beza dan menganalisis masalah yang diberikan kepadanya.



## CUBA FIKIR

Rujuk kepada masalah di bawah:

*“Benarkah ada 204 segiempat di atas papan catur?”*

Baca masalah dengan teliti, fikirkan strategi yang sesuai untuk menyelesaikan masalah tersebut dan selesaikan masalah. Seterusnya, semak jawapan anda dan pastikan jawapan anda tepat.

### 3.1.1 Masalah Rutin dan Bukan Rutin

Secara umum, masalah boleh diklasifikasikan sebagai masalah rutin dan masalah bukan rutin. Masalah rutin hanya memerlukan beberapa prosedur seperti operasi aritmetik untuk mendapatkan penyelesaian. Contoh masalah rutin adalah seperti berikut:

*“Berapa luaskah tempat letak kereta yang berukuran 100 m kali 100 m?”*

Sebaliknya, jika situasi masalah itu tidak boleh diselesaikan mengikut kaedah pengiraan biasa maka ia dikenali sebagai masalah bukan rutin. Kaedah penyelesaian bagi masalah jenis ini tidak dihafal. Tiada prosedur piawai untuk menyelesaikan serta perlu menggunakan strategi penyelesaian tersendiri. Dalam situasi seperti itu, pelajar meneroka cara penyelesaian yang lebih mendalam untuk menyelesaikan masalah tersebut. Contoh masalah bukan rutin adalah seperti berikut:

*Apabila 35 didarab dengan 41, hasildarabnya adalah 1435. Perhatikan bahawa digit-digit pada nombor didarab dan pendarab muncul semula pada hasildarab. Cari sebanyak pasangan nombor 2-digit yang anda boleh di mana hasildarabnya juga menunjukkan digit-digit pasangan nombor tersebut.*



## CUBA FIKIR

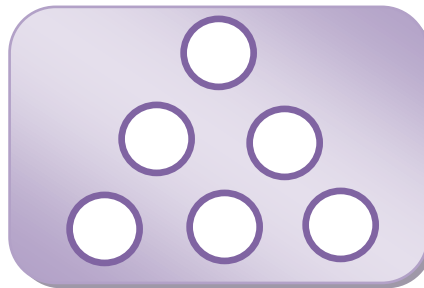
Pertimbangkan dua masalah berikut. Yang manakah adalah masalah rutin dan manakah masalah bukan rutin. Terangkan jawapan anda.

### Masalah 1

Emak saya memberi saya 35 sen dan ayah memberi saya 45 sen. Nenek saya pula memberi saya 85 sen. Berapa banyakkah wang yang saya ada sekarang?

### Masalah 2

Letakkan digit-digit 1, 2, 3, 4, 5, 6 dalam bulatan-bulatan pada berikut supaya jumlah nombor pada setiap sisi segitiga ialah 12.



Perhatikan bahawa penambahan diperlukan untuk kedua-dua masalah. Bagi masalah 1, anda diperlukan menambah kesemua wang yang diberi. Kefahaman operasi tambah membantu anda mencari penyelesaian dengan cepat dan anda tahu cara pengiraan dengan jelas. Bagi masalah 2 pula, anda diberitahu ia berkaitan dengan penambahan kerana perkataan “jumlah” tetapi mengetahui cara menambah tidak pasti membantu mendapat penyelesaian. Masalah ini memerlukan anda mencari strategi untuk digunakan dalam penyelesaian kerana cara penyelesaian tidak kelihatan jelas.

### 3.2 Kenapa mengajar Penyelesaian Masalah?

Kurikulum matematik di Malaysia dan badan profesional seperti *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) di Amerika Syarikat menegaskan pentingnya penyelesaian masalah diajar di kelas-kelas matematik. Terdapat beberapa sebab kenapa pengajaran penyelesaian masalah perlu ditekankan.

Pertama, penyelesaian masalah adalah satu bahagian utama dalam matematik. Penyelesaian masalah merupakan intipati disiplin matematik dan mengajar matematik dengan hanya membuat latihan dan latih tubi kemahiran tidak mewakili sifat matematik sebenar.

Kedua, matematik mempunyai banyak aplikasi dan kerapnya aplikasi-aplikasi ini mewakili masalah-masalah penting dalam matematik. Tanpa pendedahan kepada penyelesaian masalah akan mengurangkan kebolehan pelajar menggunakan dan mengaplikasikan pengetahuan matematik dalam aplikasi yang penting dan berfaedah.

Ketiga, menyelesaikan masalah matematik boleh meningkatkan motivasi intrinsik. Penggunaan penyelesaian masalah dalam kelas matematik boleh merangsang minat dan sikap positif terhadap pembelajaran matematik.

Keempat, penyelesaian masalah boleh jadi seronok. Banyak masalah matematika rekreasi dapat memberi keseronokan serta mencabar pemikiran.

Akhirnya, penyelesaian masalah membolehkan murid-murid mengembangkan kemahiran berfikir secara rasional, sistematik, dan luwes serta kemahiran-kemahiran yang dibina semasa penyelesaian masalah dapat membantu murid menggunakannya dalam kehidupan harian.

### **3.3 Model Penyelesaian Masalah Polya**

George Polya (1887 – 1985) dilahirkan dengan nama *Pólya György* di Budapest, Hungary dan meninggal dunia di Palo Alto, California, Amerika Syarikat. Beliau merupakan profesor matematik dari tahun 1914 hingga 1940 di ETH Zurich, Switzerland dan dari tahun 1940 hingga 1953 di Stanford University membawa gelaran Professor Emeritus sehingga akhir hayat dan kerjayanya.

Dalam hari-hari terkemudian beliau, beliau telah menghabiskan usahanya cuba untuk mencirikan kaedah-kaedah yang orang gunakan untuk menyelesaikan masalah dan untuk mengenalpasti bagaimana penyelesaian masalah sepatutnya diajar dan dipelajari. Bukunya bertajuk *How to Solve It*, telah diterjemahkan ke dalam beberapa bahasa dan telah terjual lebih daripada satu juta naskah.

Menurut Polya (1957), penyelesaian masalah terdiri daripada empat langkah.

Langkah pertama ialah memahami masalah. Tanpa memahami masalah, pelajar tidak akan dapat mencari penyelesaian yang tepat. Setelah pelajar memahami masalah, mereka merancang strategi penyelesaian. Langkah ketiga adalah melaksanakan strategi yang telah dirancang itu. Langkah yang terakhir ialah menyemak semula penyelesaian kepada masalah tersebut.

### **3.3.1 Langkah 1: Memahami masalah**

Berikut adalah soalan yang boleh digunakan untuk membantu murid memahami masalah:

- Adakah anda faham ayat tersebut?
- Bolehkah anda menyatakan semula masalah tersebut dengan ayat anda sendiri?
- Apakah yang anda cuba cari atau lakukan?
- Apakah maklumat yang anda dapat daripada masalah tersebut?
- Apakah yang tidak diketahui?
- Apakah maklumat yang tiada atau tidak diperlukan?

### **3.3.2 Langkah 2: Merancang strategi**

Soalan-soalan berikut boleh dijadikan panduan ketika merancang strategi penyelesaian masalah:

- Apakah perhubungan antara data dengan perkara yang tidak diketahui?
- Adakah masalah ini sama dengan masalah yang pernah anda selesaikan sebelum ini?
- Apakah strategi yang boleh anda gunakan?

### **3.3.3 Langkah 3: Melaksanakan strategi.**

Berikut adalah panduan yang boleh digunakan dalam melaksanakan strategi penyelesaian masalah:

- Laksanakan strategi yang telah dipilih dan selesaikan masalah tersebut.
- Semak setiap langkah yang telah dilaksanakan.
- Pastikan langkah-langkah yang dipilih adalah tepat.

### **3.3.4 Langkah 4: Menyemak Semula**

Langkah ini sering diabaikan dalam penyelesaian masalah. Sebagai guru matematik, kita perlu sentiasa mengingatkan pelajar menyemak jawapan mereka. Gunakan panduan berikut ketika melaksanakan langkah ini:

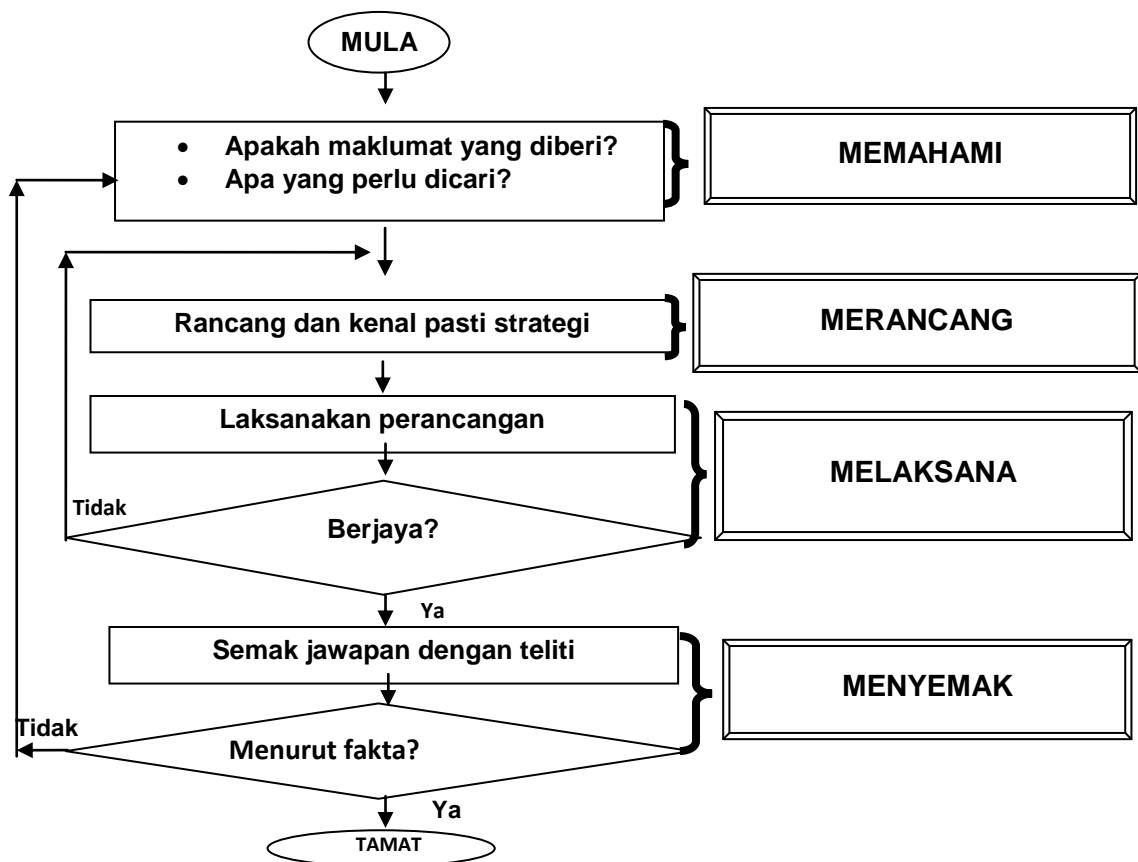
- Baca semula soalan.



- Adakah anda menjawab soalan yang dikemukakan?
- Adakah jawapan anda betul?
- Adakah jawapan anda munasabah?

Sebagai seorang guru matematik, anda perlu mengajar pelajar anda cara untuk menyelesaikan masalah matematik. Penggunaan model penyelesaian Polya merupakan langkah pertama menyelesaikan masalah masalah dengan baik. Pada Langkah 2 model ini, anda harus mengetahui pelbagai strategi penyelesaian masalah. Pada tajuk 4 anda akan mengenalpasti beberapa strategi yang boleh digunakan.

Rajah 3.1 menunjukkan carta alir yang merumuskan langkah-langkah model Polya.



Rajah 3.1: Empat langkah Model Polya.



**Rehat sebentar sebelum anda meneruskan bahagian seterusnya.**

### **3.4 Aplikasi Model Polya dalam Pengajaran dan Pembelajaran Matematik Sekolah Rendah**

Adalah penting untuk membezakan antara mengajar penyelesaian masalah dengan menggunakan penyelesaian masalah sebagai strategi pengajaran. Pengajaran penyelesaian masalah mengajar pelajar bagaimana menyelesaikan masalah. Ini adalah sesuatu yang sering dilakukan guru matematik dan sains.

Sebaliknya, penyelesaian masalah sebagai strategi pengajaran adalah teknik pengajaran yang mana masalah digunakan sebagai cara untuk membantu pelajar memahami atau memperoleh kecekapan dalam meneroka matematik.

Penyelesaian masalah boleh dilihat daripada tiga aspek yang berbeza bergantung kepada apa yang ditekankan:

- Mengajar *untuk* penyelesaian masalah
- Mengajar *mengenai* penyelesaian masalah
- Mengajar *melalui* penyelesaian masalah

Aspek pertama memberikan pengalaman kepada pelajar menyelesaikan masalah bukan rutin. Pelajar kurang diberikan peluang untuk menyelesaikan masalah sebenar yang tiada cara yang jelas untuk menyelesaikannya. Pengalaman sebegini kurang didedahkan oleh guru dalam pengajaran konvensional.

Aspek kedua merujuk kepada strategi dan kemahiran penyelesaian masalah secara eksplisit. Ianya juga dikenali sebagai proses dalam penyelesaian masalah matematik. Dari sudut ini, guru memberi penekanan kepada proses-proses, langkah-langkah dan strategi-strategi penyelesaian masalah.

Kedua aspek yang dinyatakan di atas tidak boleh diajar secara berasingan. Untuk mengajar murid menyelesaikan masalah secara efektif di dalam bilik darjah,

pelajar harus melalui pengalaman menyelesaikan masalah dan diberikan strategi dan kemahiran penyelesaian itu sendiri. Pelajar belajar melalui pengalaman menyelesaikan masalah dengan menstrukturkan proses penyelesaiannya dengan cara yang bermakna.

Aspek ketiga merujuk kepada pengajaran sesuatu topik dalam Matematik dengan menggunakan pendekatan penyelesaian masalah. Dalam perspektif ini, penekanan diberikan kepada penyelesaian masalah sebagai satu proses matematik yang membantu murid meneroka, mengembang dan mengaplikasikan konsep-konsep matematik.

Model Polya boleh digunakan untuk mengajar *mengenai* dan *melalui* penyelesaian masalah bagi membantu murid-murid sekolah rendah untuk mencapai

1. keupayaan dalam menyelesaikan masalah, dan
2. kefahaman bermakna mengenai konsep-konsep matematik.

Bagi kedua-dua tujuan tersebut, guru boleh menggunakan masalah rutin dalam buku latihan ataupun memberi masalah bukan rutin yang diselesaikan berpandukan langkah-langkah dalam model Polya.

### 3.4 1. Aplikasi Model Polya dalam Penyelesaian Masalah Rutin

Contoh: Matematik rendah Tahun 1

1. Berikan satu masalah rutin kepada murid seperti berikut:

*Ali ada 2 biji guli. Dia beli 4 biji lagi. Berapakah biji guli dia ada sekarang?*

2. Sediakan borang yang menunjukkan langkah-langkah Model Polya seperti berikut:

Langkah 1: Saya memahami soalan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apakah maklumat yang diberikan? <i>(2 biji guli, beli 3 biji lagi)</i></li> <li>• Apakah yang saya cuba cari? <i>(jumlah guli)</i></li> <li>• Apakah yang tidak diketahui? <i>(tak tahu jumlah guli)</i></li> </ul>
Langkah 2: Saya memilih cara	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apakah operasi matematik yang terlibat? <i>(operasi tambah)</i></li> <li>• Bolehkah saya lukiskan satu gambar?  ● ●   ● ● ● ●</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Apakah ayat matematik yang berkaitan? <math>2 + 4 = ?</math></li> </ul>
Langkah 3: Saya melaksanakan cara	$2 + 4 = 6$ (Berikan bantuan bahan manipulatif untuk membantu penambahan.)
Langkah 4: Saya menyemak jawapan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Adakah jawapan saya munusabah? (<i>Ya, bilangan guli sudah lebih daripada awal.</i>)</li> </ul>

- Galakkan murid menyelesaikan masalah dalam kumpulan kecil dan membenteng jawapan kepada rakan sambil memberi justifikasi kepada hujah mereka.

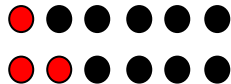
### 3.4.2 Aplikasi Model Polya dalam Penyelesaian Masalah Bukan Rutin

Contoh: Matematik rendah Tahun 1

- Berikan satu masalah bukan rutin kepada murid seperti berikut:

*Ali mempunyai 6 biji guli. Dia hendak berikan guli-guli itu kepada dua orang adiknya. Setipa orang adiknya akan dapat sekurang-kurangnya sebiji guli Berapakan cara dia boleh berikan kepada adik-adiknya?*

- Sediakan borang yang menunjukkan langkah-langkah Model Polya seperti berikut:

Langkah 1: Saya memahami soalan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Apakah maklumat yang diberikan? (6 biji guli, 2 orang adik)</li> <li>Apakah yang saya cuba cari? (cara membahagi 6 guli kepada 2 orang)</li> <li>Apakah yang tidak diketahui? (setiap adik dapat berapa biji guli)</li> </ul>
Langkah 2: Saya memilih cara	<ul style="list-style-type: none"> <li>Apakah operasi matematik yang terlibat? (operasi tolak atau operasi tambah)</li> <li>Bolehkah saya lukiskan satu gambar?   </li> <li>Apakah ayat matematik yang berkaitan? (Operasi tambah)      (Operasi tolak)</li> </ul>

	$1 + ? = 6$ $6 - 1 = ?$ $2 + ? = 6$ $6 - 2 = ?$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Bolehkah saya lukis jadual?</li> </ul> <table border="1"> <tr> <td></td> <td><math>1 + ? = 6</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>2 + ? = 6</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>		$1 + ? = 6$		$2 + ? = 6$						
	$1 + ? = 6$										
	$2 + ? = 6$										
Langkah 3: Saya melaksanakan cara	<table border="1"> <tr> <td></td> <td><math>1 + 5 = 6</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>2 + 4 = 6</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>3 + 3 = 6</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>4 + 2 = 6</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>5 + 1 = 6</math></td> </tr> </table> <p>Terdapat lima cara Ali boleh berikan guli-gulinya.</p> <p>(Berikan bantuan bahan manipulatif untuk membantu penambahan.)</p>		$1 + 5 = 6$		$2 + 4 = 6$		$3 + 3 = 6$		$4 + 2 = 6$		$5 + 1 = 6$
	$1 + 5 = 6$										
	$2 + 4 = 6$										
	$3 + 3 = 6$										
	$4 + 2 = 6$										
	$5 + 1 = 6$										
Langkah 4: Saya menyemak jawapan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Adakah jawapan saya munusabah?  <i>(Ya, bilangan guli setiap orang adik adalah sekurang-kurangnya 1 biji dan jumlah guli sama dengan 6.)</i></li> </ul>										

3. Bincangkan pelbagai cara penyelesaian yang digunakan dengan memberi tumpuan kepada pemikiran dan penghujahan pelajar:



### TUGASAN TERARAH

- Rancangkan suatu aktiviti penyelesaian masalah bukan rutin bagi pelajar sekolah rendah.

Seterusnya,

- Bincangkan halangan-halangan yang mungkin dihadapi oleh pelajar dalam menyelesaikan masalah tersebut
- Tentukan kaedah yang boleh digunakan bagi menyelesaikan masalah tersebut
- Kongsikan jawapan anda dengan kelas semasa interaksi bersemuka atau secara online..



## PORTFOLIO

Dokumen atau tugas perlu disimpan dalam portfolio dan diserahkan kepada pensyarah dalam bentuk 'soft' dan 'hard' copy.



## RUJUKAN

Polya, G. (1957). *How to Solve it*. N.J.: Princeton University Press. USA

## LAMAN WEB

- Problem Solving in Mathematics  
<http://library.thinkquest.org/25459/learning/problem/>
- Problem Solving in Elementary School:  
<http://www.indiana.edu/~reading/ieo/bibs/probele.htm>  
<http://www.primaryresources.co.uk/maths/mathsD1.htm>